

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

Естественно-географический факультет

Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» мая 2024 г., протокол № 8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Избранные вопросы алгебры и геометрии

(наименование дисциплины (модуля))

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Математика; информатика

Квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная; очно-заочная; заочная

Год начала подготовки - 2024

(по учебному плану)

Карачаевск, 2024

ТЕСТОВЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Избранные вопросы алгебры и геометрии», Б1.В.ДВ.13.01

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

Номер задания	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
Задания закрытого типа с одним правильным ответом			
1.		Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Размерность линейной оболочки L натянутой на систему векторов $a_1 = u_1 + 4u_2 + u_3 + u_4$, $a_2 = 2u_1 + 3u_2 - u_3 + u_4$, $a_3 = u_1 + 9u_2 + 4u_3 + 2u_4$, $a_4 = u_1 - 6u_2 - 5u_3 - u_4$ равна: 2 4 3 1	ПК-1
2.		Выберите правильный ответ. Число $\frac{539}{103}$ раскладывается в непрерывную дробь вида [5; 4, 3, 2, 3] [5; 4, 3, 2, 3, 1] [5; 4, 7, 2, 3, 1] [5; 4, 7, 2, 3, 1, 0]	ПК-1
3.		Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Какие собственные значения будет иметь матрица $A = \begin{pmatrix} 11 & -6 & 2 \\ -6 & 10 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$ $\lambda_1=18, \lambda_2=6, \lambda_3=3$ $\lambda_1=4, \lambda_2=6, \lambda_3=-6$ $\lambda_1=2, \lambda_2=3, \lambda_3=18$	ПК-1
4.		Выберите правильный ответ Число первообразных корней по простому модулю p равно:	ПК-1

		1. $p-1$ 2. $\varphi(p+1)$, где φ – функция Эйлера 3. $\varphi(p-1)$, где φ – функция Эйлера 4. $\varphi(p)$, где φ – функция Эйлера	
5.		Выберите правильный ответ Если g – первообразный корень по простому модулю p и $a \equiv g^k \pmod{p}$, то k называют 1. индексом числа a по модулю p 2. порядком числа a по модулю p 3. первообразным корнем по модулю p	ПК-1
6.		Выберите правильный ответ. Сравнение $15 \cdot 7^{2x} \equiv 8 \cdot 3^{3x} \pmod{31}$ равносильно сравнению 1. $\text{ind} 15 + 2x \cdot \text{ind} 7 \equiv \text{ind} 8 + 3x \cdot \text{ind} 3 \pmod{31}$ 2. $\text{ind} 15 + 2x \cdot \text{ind} 7 \equiv \text{ind} 8 + 3x \cdot \text{ind} 3 \pmod{30}$ 3. $15 + 2x \cdot \text{ind} 7 \equiv 8 + 3x \cdot \text{ind} 3 \pmod{30}$ 4. $\text{ind} 15 + \text{ind} 2 \cdot x \cdot \text{ind} 7 \equiv \text{ind} 8 + \text{ind} 3 \cdot x \cdot \text{ind} 3 \pmod{30}$ 5. $\text{ind} 15 + \text{ind} 2 \cdot x \cdot \text{ind} 7 \equiv \text{ind} 8 + \text{ind} 3 \cdot x \cdot \text{ind} 3 \pmod{30}$	ПК-1
7.		Выберите правильный ответ. Пусть p – простое число. Тогда сравнение $a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n \equiv 0 \pmod{p}$ имеет 1. не более n различных решений 2. не менее n различных решений 3. точно n различных решений	ПК-1
Задания закрытого типа с несколькими правильными ответами			
8.		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Дана система m линейных уравнений с n неизвестными. Пусть ранг матрицы этой системы равен k, а ранг расширенной матрицы системы равен p. Правильными утверждениями являются: 1. Если система имеет, хотя одно решение, то $p = k$ 2. Если $p = k$ и $n > m$, то система имеет бесконечное множество решений 3. Если $n > m$, то система имеет хотя бы одно решение 4. Если $m > n$, то система не имеет решений	ПК-1
9.		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какие операции определены на множестве натуральных чисел N: 1. $a \circ b = a + b$	ПК-1

		2. $(a \circ b)/2$ 3. $a \circ b = \text{НОК} \{a, b\}$ 4. $a \circ b = -(a + b)$	
10.		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какие из следующих утверждений о характеристическом многочлене верны? 1. Характеристический многочлен матрицы имеет степень, равную размерности матрицы. 2. Корни характеристического многочлена — это собственные значения матрицы. 3. Характеристический многочлен всегда имеет действительные корни. 4. Если характеристический многочлен имеет кратные корни, то соответствующие собственные значения имеют кратность.	ПК-1
11		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Найдите все базисы линейной оболочки L натянутой на систему векторов $a_1 = u_1 + 4u_2 + u_3 + u_4$, $a_2 = 2u_1 + 3u_2 - u_3 + u_4$, $a_3 = u_1 + 9u_2 + 4u_3 + 2u_4$, $a_4 = u_1 - 6u_2 - 5u_3 - u_4$: 1. a_1, a_2 2. a_3, a_4 3. a_1, a_4 4. a_1, a_3 5. a_2, a_3	ПК-1
12		Постройте возрастающую последовательность целых чисел, где $[x]$ - целая часть числа x имеет вид: 1: $\left[-3\frac{1}{2}\right]$ 2: $[-2,3]$ 3: $\left[\frac{4}{5}\right]$ 4: $[2,8]$ 5: $\left[\sqrt[4]{200}\right]$ Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо	ПК-1
13		Постройте последовательность целых чисел в порядке возрастания значений функции Эйлера:	ПК-1

		1: $\varphi(1)$ 2: $\varphi(12)$ 3: $\varphi(9)$ 4: $\varphi(13)$ Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо																	
Задания закрытого типа. Задачи на соответствие																			
14		Прочитайте текст и установите соответствие между определениями, путем подбора к каждой позиции, данной в левом столбце, соответствующей позиции из правого столбца. <table border="1"> <tr> <td>А</td><td>Ядро отображения А</td><td>1</td><td>$Im A = \{Ax x \in V\}$</td></tr> <tr> <td>Б</td><td>Дефект отображения А</td><td>2</td><td>$\dim(Im A)$</td></tr> <tr> <td>В</td><td>Образ отображения А</td><td>3</td><td>$\dim(ker A)$</td></tr> <tr> <td>Г</td><td>Ранг отображения А</td><td>4</td><td>$ker A = \{x \in V Ax = 0\}$</td></tr> </table>	А	Ядро отображения А	1	$Im A = \{Ax x \in V\}$	Б	Дефект отображения А	2	$\dim(Im A)$	В	Образ отображения А	3	$\dim(ker A)$	Г	Ранг отображения А	4	$ker A = \{x \in V Ax = 0\}$	ПК-1
А	Ядро отображения А	1	$Im A = \{Ax x \in V\}$																
Б	Дефект отображения А	2	$\dim(Im A)$																
В	Образ отображения А	3	$\dim(ker A)$																
Г	Ранг отображения А	4	$ker A = \{x \in V Ax = 0\}$																
15		Прочитайте текст и установите соответствие между решением матричных уравнений и их уравнениями, путем подбора к каждой позиции, данной в левом столбце, соответствующей позиции из правого столбца.. <table border="1"> <tr> <td>А</td><td>$AX = B$</td><td>1</td><td>$X = A^{-1}BC^{-1}$</td></tr> <tr> <td>Б</td><td>$XA = B$</td><td>2</td><td>$X = A^{-1}B$</td></tr> <tr> <td>В</td><td>$AXC = B$</td><td>3</td><td>$X = C^{-1}BA^{-1}$</td></tr> <tr> <td>Г</td><td>$CXA = B$</td><td>4</td><td>$X = BA^{-1}$</td></tr> </table>	А	$AX = B$	1	$X = A^{-1}BC^{-1}$	Б	$XA = B$	2	$X = A^{-1}B$	В	$AXC = B$	3	$X = C^{-1}BA^{-1}$	Г	$CXA = B$	4	$X = BA^{-1}$	ПК-1
А	$AX = B$	1	$X = A^{-1}BC^{-1}$																
Б	$XA = B$	2	$X = A^{-1}B$																
В	$AXC = B$	3	$X = C^{-1}BA^{-1}$																
Г	$CXA = B$	4	$X = BA^{-1}$																
16		Прочитайте текст и установите соответствие между понятием и его определением, путем подбора к каждой позиции, данной в левом столбце, соответствующей позиции из правого столбца. <table border="1"> <tr> <td>А</td><td>Абелева группа</td><td>1</td><td>коммутативная группа</td></tr> <tr> <td>Б</td><td>Фактор группа</td><td>2</td><td>группа, порожденная одним элементом, т.е. содержащая все степени этого элемента и его обратные степени</td></tr> </table>	А	Абелева группа	1	коммутативная группа	Б	Фактор группа	2	группа, порожденная одним элементом, т.е. содержащая все степени этого элемента и его обратные степени	ПК-1								
А	Абелева группа	1	коммутативная группа																
Б	Фактор группа	2	группа, порожденная одним элементом, т.е. содержащая все степени этого элемента и его обратные степени																

		В	Циклическая группа	3	группа, полученная разбиением исходной группы на классы эквивалентности по определенной подгруппе																						
17		Установите соответствие между парами: делимое и делитель и их неполное частное и остаток: <table><tr><td>А</td><td>1207 и 151</td><td>1</td><td>7 и 150</td></tr><tr><td>Б</td><td>10 и 10</td><td>2</td><td>1 и 0</td></tr><tr><td>В</td><td>100 и 101</td><td>3</td><td>0 и 100</td></tr><tr><td>Г</td><td>-4 и 3</td><td>4</td><td>-2 и 2</td></tr><tr><td>Д</td><td></td><td>5</td><td>-1 и -1</td></tr></table>					А	1207 и 151	1	7 и 150	Б	10 и 10	2	1 и 0	В	100 и 101	3	0 и 100	Г	-4 и 3	4	-2 и 2	Д		5	-1 и -1	ПК-1
А	1207 и 151	1	7 и 150																								
Б	10 и 10	2	1 и 0																								
В	100 и 101	3	0 и 100																								
Г	-4 и 3	4	-2 и 2																								
Д		5	-1 и -1																								
18		Установите соответствие между действительными числами и цепными дробями, в которые они обращаются. А. [5; 4, 3, 2, 3] $\frac{539}{103}$ 1. $\frac{103}{5}$ Б. [2; (4)] $\sqrt{5}$ 2. $\frac{5}{2}$ В. [5; (1, 3)] $\frac{7 + \sqrt{21}}{2}$ 3. $\frac{2}{7 + \sqrt{21}}$ Г. [2; 1, 3, 4, 2] $\frac{105}{38}$ 4. $\frac{38}{105}$ Д. [9] $-$ 5. $\frac{1}{9}$					ПК-1																				
Задания закрытого типа на установление правильной последовательности																											
19		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Чтобы решить систему линейных уравнений методом Гаусса, необходимо: 1. С помощью элементарных преобразований привести основную матрицу системы к треугольному виду 2. Составить расширенную матрицу системы 3. На основе полученной треугольной матрицы составить и решить систему линейных уравнений					ПК-1																				
20		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Установите последовательность алгоритма деления многочлена на многочлен. 1. Чтобы найти первое слагаемое (одночлен) в неполном частном, нужно старший одночлен делимого разделить на старший одночлен делителя. 2. Из делимого вычесть полученное произведение. 3. Записать делимое в строчку, включая все степени переменной (те, которые отсутствуют, записать с коэффициентом 0). 4. К полученному остатку применить алгоритм, начиная с пункта 1).					ПК-1																				

		5. Записать в «уголке» делимое, включая все степени переменной. 6. Полученное первое слагаемое частного умножить на весь делитель и результат записать под делимым, причем одинаковые степени переменной записать друг под другом. 7. Алгоритм завершен, когда полученная разность будет иметь степень меньше степени делителя. Это – остаток.	
21		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Установите правильную последовательность появления следующих алгебраических структур: 1. Группы. 2. Поля. 3. Кольца. 4. Векторные пространства.	ПК-1
Задания открытого типа на дополнение			
22		Запишите термин, о котором идет речь. Линейное пространство называется n-мерным, если в нем есть..., состоящий из n векторов.	ПК-1
23		Запишите термин, о котором идет речь. Число векторов максимальной линейно независимой подсистемы системы векторов $a_1, a_2, \dots, a_m$ называют системы векторов $a_1, a_2, \dots, a_m$.	ПК-1
24		Запишите термин, о котором идет речь. Многочлен n-ой степени $A - \lambda E$ называют ... матрицы A.	ПК-1
25		Запишите термин, о котором идет речь. Матрица, полученная из данной заменой каждой ее строки столбцом с тем же номером, называетсяматрицей к данной.	ПК-1
26		Допишите утверждение. Если делимое и частное, соответственно равны 42157 и 231, то делитель и остаток, соответственно равны ...	ПК-1

Задания открытого типа с развернутым ответом			
27		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ Может ли быть линейно зависимой подсистема системы векторов, если сама система линейно независима	ПК-1
28		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ Найдите собственные значения линейного оператора, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	ПК-1
29		Запишите развернутый ответ решения задачи. Разность двух нечетных чисел равна 2^m. Доказать, что эти числа взаимно простые.	ПК-1
30		Запишите развернутый ответ решения задачи. Найти все целочисленные решения уравнения $13x + 29y = 19$.	ПК-1
31		Запишите развернутый ответ решения задачи. Найти натуральное число, которое, делится точно на два различных простых числа, если число его натуральных делителей равно 6, и их сумма 8.	ПК-1
32		Запишите развернутый ответ решения задачи. Пусть $\bar{a}$ – класс вычетов по модулю m, содержащий число a. При каком m в кольце $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ возможно равенство $\bar{2} - \bar{3} = \bar{5}$?	ПК-1